

УДК 532.526, 536.25

© *К. Б. Циберкин*

О ВЛИЯНИИ ПОРИСТОСТИ НА РЕЖИМ РАЗВИТИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ НАД СЛОЕМ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

Описаны результаты линейного анализа устойчивости плоскопараллельного течения несжимаемой жидкости над слоем насыщенной пористой среды при различных значениях ее пористости. Рассматривается ограниченная двухслойная система, состоящая из слоя однородной недеформируемой пористой среды конечной толщины и слоя несжимаемой однородной жидкости над ним. Пористый слой ограничен снизу твердой стенкой, верхняя граница жидкости рассматривается как свободная, но недеформируемая. Выполнен анализ линейной устойчивости стационарного течения в такой системе в условиях существования бимодальной нейтральной кривой и варьировании пористости нижнего слоя. Продемонстрирован переход между двумя основными модами неустойчивости: длинноволновой, связанной с точками перегиба в профиле течения, и коротковолновой, обусловленной большим поперечным градиентом скорости течения вблизи границы раздела жидкости и пористой среды. Уменьшение пористости влечет стабилизацию длинноволновых возмущений без существенного изменения критического волнового числа. Коротковолновые возмущения при этом дестабилизируются, а их критическое волновое меняется в широких пределах. При значении пористости меньше 0.7 инерционные слагаемые в уравнении фильтрации и величина механических напряжений на границе раздела возрастают настолько, что доминирующим механизмом развития неустойчивости становится аналог неустойчивости Кельвина–Гельмгольца. В узком интервале пористости реализуется полоса устойчивости течения, разделяющая ветви нейтральной кривой.

Ключевые слова: пористая среда, граница раздела, устойчивость течения.

DOI: [10.35634/vm200110](https://doi.org/10.35634/vm200110)

Проблема описания взаимодействия потока однородной жидкости с насыщенной пористой средой и развития неустойчивости стационарного течения в такой системе имеет большое прикладное значение. В частности, развитие вихревых течений может быть причиной выбросов загрязнений, скопившихся в донной или наземной растительности [1]. Другим приложением является описание процесса затвердевания жидкого металла [2, 3]. Наконец, одним из наиболее активно разрабатываемых на сегодня приложений является моделирование ионообменных процессов в топливных ячейках с пористыми электродами [4]. Во всех описанных ситуациях развитие неустойчивости течения может привести к нарушению технологического процесса или работоспособности устройства, в связи с чем требуется знать условия дестабилизации потока для корректного выбора рабочих режимов системы [5].

При движении жидкости над насыщенной пористой средой часть импульса передается в глубину пористого слоя, в котором также возникает стационарное течение. Благодаря высокой силе сопротивления пористой матрицы, происходит резкое снижение скорости потока, которое приводит к развитию аналога неустойчивости Кельвина–Гельмгольца и вызывает перемешивание жидкостей в однородном слое и слое пористой среды. Задачи такого рода имеют обширную историю изучения. Классической постановкой для такой системы является задача о течении несжимаемой жидкости в канале, ограниченном твердой стенкой сверху и бесконечным слоем пористой среды снизу в присутствии продольного градиента давления [5, 6]. Известны отдельные работы по исследованию течений в канале с двумя пористыми стенками [7, 8].

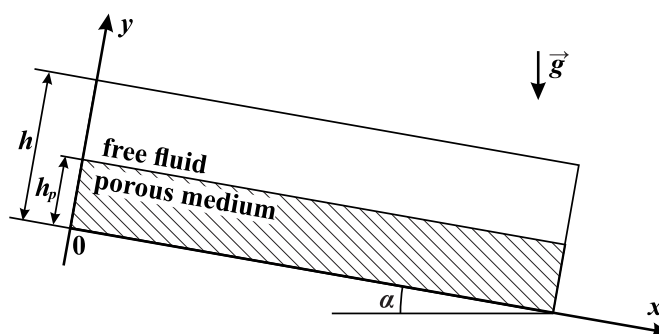


Рис. 1: Геометрия рассматриваемой двухслойной системы

Характерной особенностью двухслойной системы жидкости и пористой среды является бимодальность нейтральных кривых, что соответствует реализации двух механизмов развития неустойчивости [3, 6, 8–11]. При высокой пористости и проницаемости в системе возможно возникновение крупных вихрей с большой длиной волны, охватывающих оба слоя. Однако при определенных условиях вблизи границы раздела могут формироваться и коротковолновые вихревые структуры. Между этими механизмами возможны переходы [12]. В предшествующих работах представлен подробный анализ критических чисел Рейнольдса и нейтральных кривых при различных значениях проницаемости и толщины пористого слоя, но отдельного исследования влияния изменения пористости нижнего слоя на устойчивость в литературе не представлено.

В настоящей работе проведено исследование линейной устойчивости течения над пористой средой при различных значениях пористости нижнего слоя. Ее величина непосредственно влияет на баланс механических напряжений на границе раздела слоев, а также на величину нелинейных инерционных слагаемых в уравнении фильтрации. Продемонстрирован переход между двумя основными режимами неустойчивости — от доминирования крупномасштабных возмущений к механизму, подобному неустойчивости Кельвина–Гельмгольца. Описание производится в области больших значений пористости (выше 0.6) и проницаемости, что соответствует различным технологическим устройствам, работа которых определяется смежными потоками.

§ 1. Модель течения в двухслойной системе

Рассматривается двухслойная система, состоящая из слоя вязкой несжимаемой жидкости и расположенного под ним слоя пористой среды, насыщенной той же жидкостью. Слои наклонены к горизонту под углом α , и жидкость свободно стекает вниз под действием силы тяжести, дополнительного продольного градиента давления в системе нет (рис. 1). Нижняя граница системы считается твердой и непроницаемой для жидкости. Верхняя граница принята свободной и недеформируемой, что эквивалентно также средней линии симметричного канала с пористыми стенками [8]. Граница раздела слоев также рассматривается как плоская и недеформируемая. Описание производится в двумерном приближении, задача предполагается однородной вдоль оси y .

Движение в однородной жидкости описывается уравнениями Навье–Стокса:

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + (\bar{v} \cdot \nabla) \bar{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \bar{v} - g \bar{\gamma}, \quad (1.1)$$

$$\operatorname{div} \bar{v} = 0, \quad (1.2)$$

а в пористом слое — моделью Бринкмана:

$$\frac{1}{\varphi} \frac{\partial \bar{v}_p}{\partial t} + \frac{1}{\varphi^2} (\bar{v}_p \cdot \nabla) \bar{v}_p = -\frac{1}{\rho} \nabla P_p - \frac{\nu}{K} \phi \bar{v}_p + \tilde{\nu} \Delta \bar{v}_p - g \bar{\gamma}, \quad (1.3)$$

$$\operatorname{div} \bar{v}_p = 0, \quad (1.4)$$

где \bar{v} — скорость движения в слое однородной жидкости, $\phi \bar{v}_p$ — скорость фильтрации жидкости в пористом слое, P — давление, ϕ , K — пористость и проницаемость среды, ρ , ν — плотность и кинематическая вязкость жидкости, g — ускорение силы тяжести, $\bar{\gamma}$ — единичный вектор вдоль вертикали. Индекс p обозначает величины, относящиеся к пористой среде. В этом уравнении сохранены инерционные члены, поскольку они оказывают существенное влияние на формирование переходного слоя между потоками, а также динамику жидкости вблизи границы раздела при возникновении поперечной компоненты скорости течения [11, 13].

На границе раздела потоков используются условия, описывающие баланс нормальных и касательных напряжений [14, 15]:

$$\bar{v} = \phi \bar{v}_p, \quad P - 2\nu\rho \frac{\partial v_z}{\partial z} = P_p - 2\tilde{\nu}\rho\phi \frac{\partial v_{p,z}}{\partial z}, \quad \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \phi \frac{\partial v_{p,x}}{\partial z} = 0. \quad (1.5)$$

Предпочтение этим граничным условиям по отношению к другим существующим моделям обусловлено более корректным описанием механизмов развития неустойчивости в рассматриваемой двухслойной системе. Их использование позволяет напрямую учесть влияние пограничных слоев, которые формируются внутри пористой среды на ее нижней твердой границе и вблизи границы раздела с однородной жидкостью [11].

При переходе к безразмерным уравнениям для переменных приняты следующие масштабы:

$$[\bar{r}] = h, \quad [t] = \frac{h^2}{\nu}, \quad [\bar{v}] = \frac{gh^2}{\nu} \sin \alpha, \quad [P] = \rho_0 gh \sin \alpha.$$

Масштабом длины является полная толщина системы; масштаб скорости — это удвоенная максимальная скорость стекания слоя однородной жидкости по непроницаемой наклонной плоскости с заданным углом α ; для времени использован характерный вязкий масштаб, а для давления — продольный перепад его гидростатического распределения в наклонном слое.

В результате полная система уравнений модели и граничные условия принимают следующий вид:

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \operatorname{Re} (\bar{v} \cdot \nabla) \bar{v} = -\nabla P + \Delta \bar{v} - \frac{1}{\sin \alpha} \bar{\gamma}, \quad (1.6)$$

$$\operatorname{div} \bar{v} = 0, \quad (1.7)$$

$$\frac{1}{\varphi} \frac{\partial \bar{v}_p}{\partial t} + \frac{\operatorname{Re}}{\varphi^2} (\bar{v}_p \cdot \nabla) \bar{v}_p = -\nabla P_p - \frac{1}{\operatorname{Da}} \bar{v}_p + \Delta \bar{v}_p - \frac{1}{\sin \alpha} \bar{\gamma}, \quad (1.8)$$

$$\operatorname{div} \bar{v}_p = 0, \quad (1.9)$$

$$z = 1 : v_z = 0, \quad \frac{\partial v_x}{\partial z} = 0, \quad (1.10)$$

$$z = 0 : v_{p,z} = v_{p,x} = 0, \quad (1.11)$$

$$z = d : \bar{v} = \phi \bar{v}_p, \quad P - 2 \frac{\partial v_z}{\partial z} = P_p - 2\phi \frac{\partial v_{p,z}}{\partial z}, \quad \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_{p,x}}{\partial z} = 0. \quad (1.12)$$

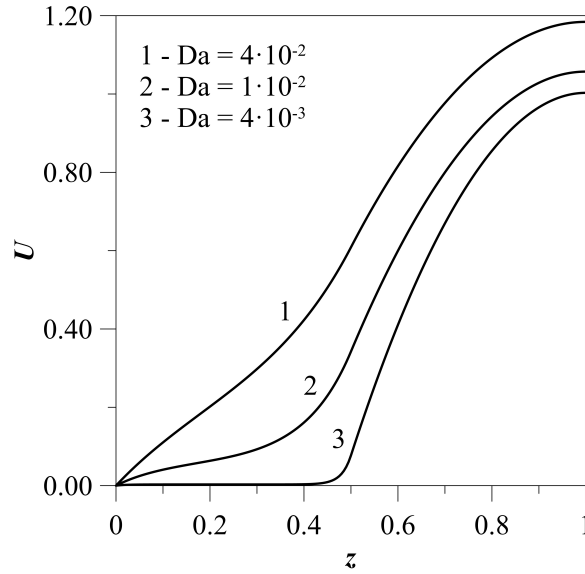


Рис. 2: Профили стационарного течения в двухслойной системе для различных значений проницаемости

Управляющими параметрами являются число Рейнольдса, число Дарси и безразмерная толщина пористой среды:

$$\text{Re} = \frac{gh^3}{\nu^2} \sin \alpha, \quad \text{Da} = \frac{K}{h^2}, \quad d = \frac{h_p}{h},$$

где h_p — толщина пористого слоя.

Задача (1.6)–(1.12) имеет ряд стационарных решений, наиболее простым из которых является плоскопараллельное. Его структура подробно описана в литературе. Выбранные масштабы и безразмерные параметры позволяют получить универсальное решение для профиля скорости, не зависящее от угла наклона слоя и числа Рейнольдса.

Примеры стационарного течения представлены на рис. 2. В однородной жидкости реализуется параболический профиль скорости. В пористой среде при малой проницаемости профиль скорости стремится к плоскому со средним значением $\sim \text{Da}/\varphi$ и с двумя пограничными слоями шириной порядка $\text{Da}^{1/2}$. При высокой проницаемости пограничные слои сливаются между собой, и профиль скорости внутри пористой среды становится качественно близок к линейному, а в целом в системе — к параболическому. Ниже исследуется устойчивость такого плоскопараллельного течения при варьировании проницаемости и пористости нижнего слоя.

§ 2. Анализ нейтральных кривых

Далее численно исследуется устойчивость стационарного решения. Линеаризованные уравнения для малых возмущений стандартным методом приводятся к спектральной задаче для z -компоненты возмущения скорости w :

$$(\lambda + ik\text{Re}U)(w'' - k^2w) = w^{IV} - 2k^2w'' + k^4w - ik \text{Re} U''w, \quad (2.1)$$

$$\left(\frac{\lambda}{\varphi} + \frac{ik\text{Re}}{\varphi^2} U_p + \frac{1}{\text{Da}} \right) (w_p'' - k^2w_p) = w_p^{IV} - 2k^2w_p'' + k^4w_p - \frac{ik \text{Re}}{\varphi^2} U_p''w_p, \quad (2.2)$$

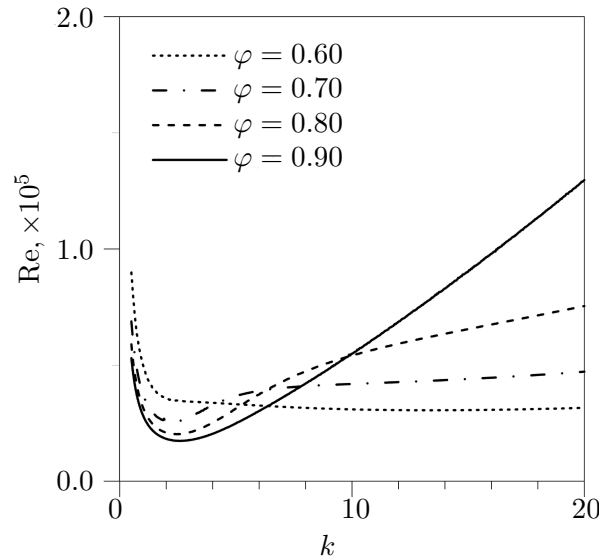


Рис. 3: Нейтральные кривые течения в двухслойной системе при высокой проницаемости $Da = 2 \cdot 10^{-4}$

с граничными условиями

$$z = 1 : \quad w = 0, \quad w'' = 0, \quad (2.3)$$

$$z = 0 : \quad w_p = 0, \quad w'_p = 0, \quad (2.4)$$

$$z = d : \quad w = \phi w_p, \quad w' = \phi w'_p, \quad w'' = w''_p, \quad (2.5)$$

$$(w''' - w'''_p) - (\lambda + k^2)w' + \left(\frac{\lambda}{\phi} + k^2\right)w'_p - ik \operatorname{Re} \left(\left(U'w - \frac{U'_p w_p}{\phi^2} \right) - \left(U w' - \frac{U_p w'_p}{\phi^2} \right) \right) + \frac{w}{Da} = 0.$$

Исследование полученной задачи устойчивости проводилось численно с использованием метода построения фундаментальной системы решений с ортогонализацией [16–18]. Данный метод является модификацией стандартного метода стрельбы, широко применяемого при решении разнообразных краевых задач. Система дифференциальных уравнений (2.1)–(2.5) преобразуется к системе уравнений первого порядка и решается численно на основе алгоритма Рунге–Кутты–Мерсона с адаптивным шагом при заданной относительной погрешности 10^{-8} . В качестве начальных условий задается набор ортонормированных векторов, которые в ходе интегрирования системы уравнений пошагово ортогонализуются и перенормируются для устранения накапливающихся численных погрешностей, возникающих благодаря высокой степени жесткости системы при типичных значениях управляющих параметров ($Re \sim 10^4$, $Da \sim 10^{-3}$). Ортогонализация векторов решений позволяет удерживать шаг интегрирования метода Рунге–Кутты–Мерсона в приемлемых пределах, обеспечивающих устойчивую работу алгоритма.

Реализован итерационный процесс уточнения числа Рейнольдса и мнимой части инкремента с относительной погрешностью 10^{-4} . Подробное описание алгоритма применительно к задачам теории устойчивости конвективных течений дано в монографии [18].

На рис. 3, 4 показаны нейтральные и дисперсионные кривые для течения в двухслойной системе, полученные при различной пористости и проницаемости среды. Рассмотрен интервал высоких пористостей от 0.60 до 0.99, соответствующих условиям применимости модели Бринкмана для описания пористой среды [5].

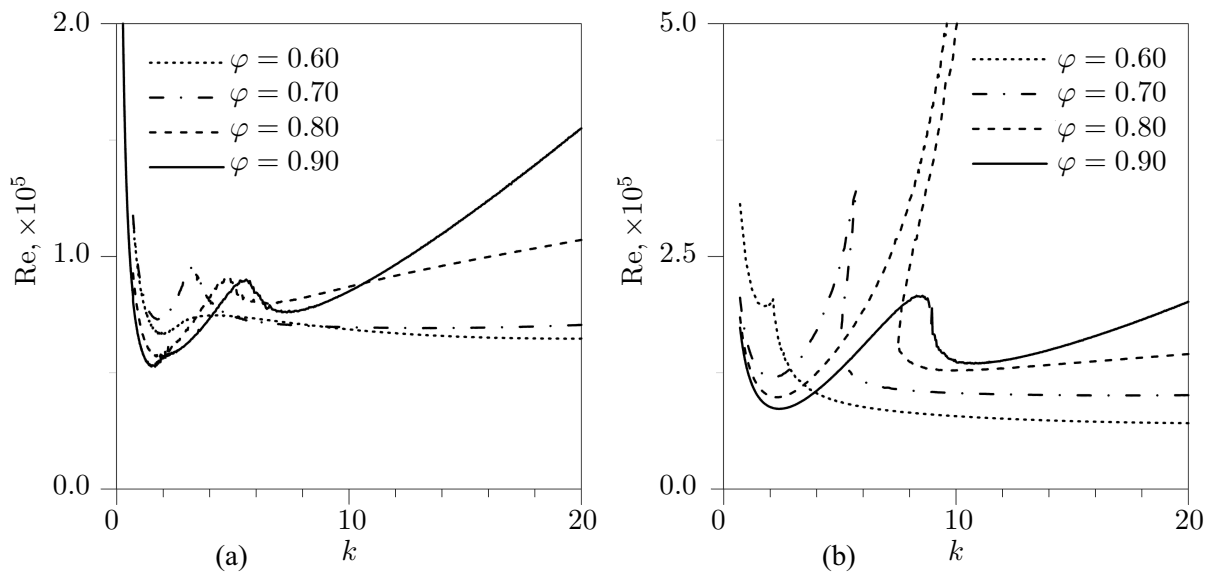


Рис. 4: Нейтральные кривые течения в двухслойной системе в области существования бимодальности: а — $Da = 10^{-4}$; б — $Da = 6 \cdot 10^{-5}$

В основном структура нейтральных кривых соответствует ранее полученным результатам [8, 11]. Главный минимум, существующий на нейтральных кривых в случае высокопроницаемой среды, отвечает крупномасштабным вихревым возмущениям, охватывающим как верхний, так и нижний слой системы. Порог устойчивости и критическая длина волны в таком случае практически не изменяются при варьировании параметров, определяющих интенсивность вязкого трения в системе. Соответствующий ему механизм дестабилизации течения связан с наличием точек перегиба в профиле течения.

Переход к бимодальной структуре нейтральной кривой реализуется плавным образом и связан с наличием в профиле скорости в пористой среде плоского участка, разделяющего узкие пограничные слои на ее нижней и верхней границах (кривая 3 на рис. 2). При высокой проницаемости (кривая 1 на рис. 2) пограничные слои внутри пористой среды полностью сливаются, поперечный градиент скорости в окрестности границы раздела уменьшается, а общий профиль скорости в системе качественно приближается к параболическому.

При уменьшении проницаемости ($Da = 1 \cdot 10^{-4}$) на нейтральной кривой проявляются оба описанные ранее минимума (рис. 4, а). Они остаются выраженными во всем интервале рассмотренных значений пористости. Коротковолновый минимум неустойчивости реализуется благодаря резкому изменению скорости вблизи границы раздела однородной жидкости и пористой среды, и соответствующая ему длина волны и структура критических движений сильно зависят от величины вязкого трения.

В предшествующих публикациях [3, 8, 11] использованы диапазоны параметров, при которых всегда доминирует длинноволновый механизм неустойчивости. Дальнейшее уменьшение проницаемости усиливает разделение минимумов на нейтральной кривой благодаря повышению величины касательных напряжений вблизи границы раздела, но при высокой пористости глобальный порог устойчивости течения по-прежнему определяется длинноволновой частью нейтральной кривой.

При исследовании структуры нейтральных кривых, полученных при малой проницаемости ($Da = 6 \cdot 10^{-5}$), отмечено также формирование при $\varphi \sim 0.8$ узкой полосы устойчивости, разделяющей две ветви нейтральной кривой (рис. 4, б). В пределах расчетной области, для которой получена нейтральная кривая, слияния ветвей в пределах этой поло-

сы обнаружено не было вплоть до значений числа Рейнольдса $Re \sim 5 \cdot 10^5$, что примерно в несколько раз превышает пороговое значение при данной пористости и проницаемости. Полоса устойчивости течения реализуется в узком интервале пористости — из представленных графиков видно, что уже при $\varphi \sim 0.7$ она исчезает; и на этой же нейтральной кривой коротковолновый минимум неустойчивости впервые становится доминирующим. Последующее уменьшение пористости приводит к смещению этого минимума в область меньших значений волновых чисел k и практически полному исчезновению длинноволнового минимума нейтральной кривой.

Таким образом, влияние пористости наиболее ярко проявляется при значениях проницаемости, когда существуют оба описанные выше механизма неустойчивости течения. На полученных нейтральных кривых выражен переход от длинноволновой моды неустойчивости к коротковолновой по мере уменьшения пористости. Положение длинноволнового минимума нейтральной кривой слабо зависит от пористости, тогда как критическая длина волны для второго минимума быстро растет. Это также отвечает влиянию на развитие неустойчивости сил вязкого трения в двухслойной системе.

По мере уменьшения пористости происходит стабилизация длинноволновых возмущений. Она обусловлена ослаблением течения в пористом слое и уменьшением вертикального размера образующихся вихрей. Коротковолновые возмущения, напротив, дестабилизируются ввиду увеличения градиента продольной компоненты скорости течения, пропорционального изменению пористости. Кроме того, пористость входит в инерционные члены в уравнении Бринкмана. Соответственно, при малой пористости их относительный вклад возрастает.

§ 3. Заключение

Проведено исследование задачи об устойчивости стационарного потока жидкости над пористой средой, насыщенной той же жидкостью, при различных значениях пористости нижнего слоя. Показано существование плавного перехода между длинноволновой и коротковолновой модами неустойчивости. Длинноволновая мода, когда развитие неустойчивости определяется крупномасштабными возмущениями, охватывающими всю двухслойную систему, по мере уменьшения пористости уступает место коротковолновому режиму, при котором неустойчивость развивается благодаря генерации мелкомасштабных вихревых структур, локализованных на границе раздела слоев. При низкой проницаемости пористого слоя разделение минимум на нейтральной кривой становится более выраженным. Это происходит благодаря увеличению величины скачка нормальной компоненты напряжений на границе раздела по мере усиления влияния нелинейных инерционных слагаемых в уравнении фильтрации, и, как следствие, — в граничном условии для давления.

Кроме того, при достаточно низкой проницаемости в узком интервале значений пористости реализуется полоса устойчивости течения, разделяющая две ветви нейтральной кривой и простирающаяся далеко в область надкритических чисел Рейнольдса. Ее возникновение, по-видимому, обусловлено взаимным подавлением возмущений с близкими длинами волн, развивающихся в верхнем слое жидкости и вблизи границы раздела.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках проекта 18-71-00057.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ghisalberti M., Nepf H. The structure of the shear layer in flows over rigid and flexible canopies // *Environ. Fluid Mech.* 2006. Vol. 6. No. 3. P. 277–301.
<https://doi.org/10.1007/s10652-006-0002-4>
2. le Bars M., Worster M.G. Interfacial conditions between a pure fluid and a porous medium: implications for binary alloy solidification // *J. Fluid Mech.* 2006. Vol. 550. P. 149–173.
<https://doi.org/10.1017/S0022112005007998>
3. Kolchanova E. A., Lyubimov D. V., Lyubimova T. P. The onset and nonlinear regimes of convection in a two-layer system of fluid and porous medium saturated by the fluid // *Transport Porous Med.* 2013. Vol. 97. № 1. P. 25–42. <https://doi.org/10.1007/s11242-012-0108-8>
4. Li Q., Hu P. Analytical solutions of fluid flow and heat transfer in a partial porous channel with stress jump and continuity interface conditions using LTNE model // *Int. J. Heat Mass Tran.* 2019. Vol. 128. P. 1280–1295.
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.08.132>
5. Nield D. A., Bejan A. *Convection in porous media*. 5-th ed. New-York: Springer, 2017.
<https://doi.org/10.1007/978-3-319-49562-0>
6. Hill A. A., Straughan B. Poiseuille flow in a fluid overlying a highly porous material // *Adv. Water Resour.* 2009. Vol. 32. № 11. P. 1609–1614.
<https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2009.08.007>
7. Berman A. S. Laminar flow in channels with porous walls // *J. Appl. Phys.* 1953. Vol. 24. Issue 9. P. 1232–1235. <https://doi.org/10.1063/1.1721476>
8. Tilton N., Cortelezzi L. Linear stability analysis of pressure-driven flows in channels with porous walls // *J. Fluid Mech.* 2008. Vol. 604. P. 411–445.
<https://doi.org/10.1017/S0022112008001341>
9. Chen F., Chen C. F. Onset of finger convection in a horizontal porous layer underlying a fluid layer // *J. Heat Transf.* 1988. Vol. 110. No. 2. P. 403–409.
<https://doi.org/10.1115/1.3250499>
10. Govender S. Stability of solutal convection in a rotating mushy layer solidifying from a vertical surface // *Transport Porous Med.* 2011. Vol. 90. No. 2. P. 393–402.
<https://doi.org/10.1007/s11242-011-9790-1>
11. Lyubimova T. P., Lyubimov D. V., Baydina D. T., Kolchanova E. A., Tsiberkin K. B. Instability of plane-parallel flow of incompressible liquid over a saturated porous medium // *Phys. Rev. E.* 2016. Vol. 94. Issue 1. 013104. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.94.013104>
12. Camporeale C., Mantelli E., Manes C. Interplay among unstable modes in films over permeable walls // *J. Fluid Mech.* 2013. Vol. 719. P. 527–550. <https://doi.org/10.1017/jfm.2013.16>
13. Tsiberkin K. Effect of inertial terms on fluid-porous medium flow coupling // *Transport Porous Med.* 2018. Vol. 121. P. 109–120. <https://doi.org/10.1007/s11242-017-0951-8>
14. Ochoa-Tapia J. A., Whitaker S. Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid-I. Theoretical development // *Int. J. Heat Mass Tran.* 1995. Vol. 38. P. 2635–2646.
[https://doi.org/10.1016/0017-9310\(94\)00346-W](https://doi.org/10.1016/0017-9310(94)00346-W)
15. Ochoa-Tapia J. A., Whitaker S. Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid-II. Comparison with experiment // *Int. J. Heat Mass Tran.* 1995. Vol. 38. P. 2647–2655. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(94\)00347-X](https://doi.org/10.1016/0017-9310(94)00347-X)
16. Conte S. D. The numerical solution of linear boundary value problems // *SIAM Review.* 1966. Vol. 8. No. 3. P. 309–321. <https://www.jstor.org/stable/2028207>
17. Годунов С. К. О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений // *Успехи математических наук.* 1961. Т. 16. № 3 (99). С. 171–174.
<http://mi.mathnet.ru/umn6626>
18. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Непомнящий А. А. *Устойчивость конвективных течений*. М.: Наука, 1989.

Поступила в редакцию 10.01.2020

Циберкин Кирилл Борисович, к. ф.-м. н., доцент, кафедра теоретической физики, Пермский государственный национальный исследовательский университет, 614990, Россия, г. Пермь, ул. Букирева, 15.
E-mail: kbtsiberkin@psu.ru

Цитирование: К. Б. Циберкин. О влиянии пористости на режим развития неустойчивости течения жидкости над слоем пористой среды // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2020. Т. 30. Вып. 1. С. [134–144](#).

K. B. Tsiberkin

On the porosity influence on stability of flow over porous medium

Keywords: porous medium, interface, flow stability.

MSC2010: 76E17, 76S05

DOI: [10.35634/vm200110](https://doi.org/10.35634/vm200110)

The stability of incompressible fluid plane-parallel flow over a layer of a saturated porous medium is studied. The results of a linear stability analysis are described at different porosity values. The considered system is bounded by solid wall from the porous layer bottom. Top fluid surface is free and rigid. A linear stability analysis of plane-parallel stationary flow is presented. It is realized for parameter area where the neutral stability curves are bimodal. The porosity variation effect on flow stability is considered. It is shown that there is a transition between two main instability modes: long-wave and short-wave. The long-wave instability mechanism is determined by inflection points within the velocity profile. The short-wave instability is due to the large transverse gradient of flow velocity near the interface between liquid and porous medium. Porosity decrease stabilizes the long wave perturbations without significant shift of the critical wavenumber. Simultaneously, the short-wave perturbations destabilize, and their critical wavenumber changes in wide range. When the porosity is less than 0.7, the inertial terms in filtration equation and magnitude of the viscous stress near the interface increase to such an extent that the Kelvin–Helmholtz analogue of instability becomes the dominant mechanism for instability development. The stability band realizes in narrow porosity area. It separates the two branches of the neutral curve.

Funding. The study was funded by the Russian Science Foundation, project 18–71–00057.

REFERENCES

1. Ghisalberti M., Nepf H. The structure of the shear layer in flows over rigid and flexible canopies, *Environ. Fluid Mech.*, 2006, vol. 6, no. 3, pp. 277–301. <https://doi.org/10.1007/s10652-006-0002-4>
2. le Bars M., Worster M. G. Interfacial conditions between a pure fluid and a porous medium: implications for binary alloy solidification, *J. Fluid Mech.*, 2006, vol. 550, pp. 149–173. <https://doi.org/10.1017/S0022112005007998>
3. Kolchanova E. A., Lyubimov D. V., Lyubimova T. P. The onset and nonlinear regimes of convection in a two-layer system of fluid and porous medium saturated by the fluid, *Transport Porous Med.*, 2013, vol. 97, no. 1, pp. 25–42. <https://doi.org/10.1007/s11242-012-0108-8>
4. Li Q., Hu P. Analytical solutions of fluid flow and heat transfer in a partial porous channel with stress jump and continuity interface conditions using LTNE model, *Int. J. Heat Mass Tran.*, 2019, vol. 128, pp. 1280–129. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.08.132>
5. Nield D. A., Bejan A. *Convection in porous media*, Cham: Springer, 2017. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-49562-0>
6. Hill A. A., Straughan B. Poiseuille flow in a fluid overlying a highly porous material, *Adv. Water Resour.*, 2009, vol. 32, no. 11, pp. 1609–1614. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2009.08.007>
7. Berman A. S. Laminar flow in channels with porous walls, *J. Appl. Phys.*, 1953, vol. 24, pp. 1232–1235. <https://doi.org/10.1063/1.1721476>
8. Tilton N., Cortelezzi L. Linear stability analysis of pressure-driven flows in channels with porous walls, *J. Fluid Mech.*, 2008, vol. 604, pp. 411–445. <https://doi.org/10.1017/S0022112008001341>
9. Chen F., Chen C. F. Onset of finger convection in a horizontal porous layer underlying a fluid layer, *J. Heat Transf.*, 1988, vol. 110, no. 2, pp. 403–409. <https://doi.org/10.1115/1.3250499>

10. Govender S. Stability of solutal convection in a rotating mushy layer solidifying from a vertical surface, *Transport Porous Med.*, 2011, vol. 90, no. 2, pp. 393–402. <https://doi.org/10.1007/s11242-011-9790-1>
11. Lyubimova T. P., Lyubimov D. V., Baydina D. T., Kolchanova E. A., Tsiberkin K. B. Instability of plane-parallel flow of incompressible liquid over a saturated porous medium, *Phys. Rev. E*, 2016, vol. 94, 013104. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.94.013104>
12. Camporeale C., Mantelli E., Manes C. Interplay among unstable modes in films over permeable walls, *J. Fluid Mech.*, 2013, vol. 719, pp. 527–550. <https://doi.org/10.1017/jfm.2013.16>
13. Tsiberkin K. Effect of inertial terms on fluid-porous medium flow coupling, *Transport Porous Med.*, 2018, vol. 121, pp. 109–120. <https://doi.org/10.1007/s11242-017-0951-8>
14. Ochoa-Tapia J. A., Whitaker S. Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid-I. Theoretical development, *Int. J. Heat Mass Tran.*, 1995, vol. 38, pp. 2635–2646. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(94\)00346-W](https://doi.org/10.1016/0017-9310(94)00346-W)
15. Ochoa-Tapia J. A., Whitaker S. Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid-II. Comparison with experiment, *Int. J. Heat Mass Tran.*, 1995, vol. 38, pp. 2647–2655. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(94\)00347-X](https://doi.org/10.1016/0017-9310(94)00347-X)
16. Conte S. D. The numerical solution of linear boundary value problems, *SIAM Review*, 1966, vol. 8, no. 3, pp. 309–321. <https://www.jstor.org/stable/2028207>
17. Godunov S. K. Numerical solution of boundary-value problems for systems of linear ordinary differential equations, *Uspekhi Mat. Nauk*, 1961, vol. 16, no. 3 (99), pp. 171–174 (in Russian). <http://mi.mathnet.ru/eng/umn6626>
18. Gershuni G. Z., Zhukhovitskii E. M., Nepomnyashchii A. A. *Ustoichivost' konvektivnykh techenii* (Stability of convective flows), Moscow: Nauka, 1989.

Received 10.01.2020

Tsiberkin Kirill Borisovich, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of Theoretical Physics, Perm State National Research University, ul. Bukireva, 15, Perm, 614990, Russia.
E-mail: kbtsiberkin@psu.ru

Citation: K. B. Tsiberkin. On the porosity influence on stability of flow over porous medium, *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki*, 2020, vol. 30, issue 1, pp. 134–144.